

Flächen und Flächenberechnungen

Begriffe & Bezeichnungen:

Kongruenz = Deckungsgleichheit zweier geometrischer Figuren

Ähnlich = gleiche Form, jedoch verschiedene Flächengröße

Rechter Winkel = Winkel mit 90° , (Viertelkreis)

Fläche = A (Area)

Seiten(linien) werden mit Kleinbuchstaben a, b, c, d benannt.

Winkel werden mit griechischen Kleinbuchstaben benannt.

Alpha α , Beta β , Gamma γ , Delta δ .

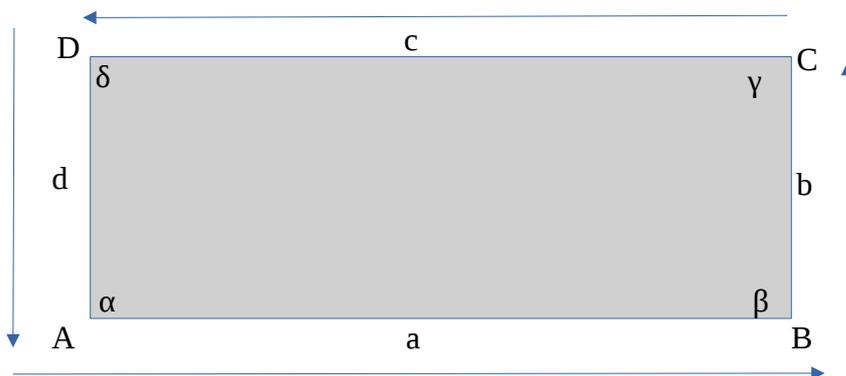
Benennungsregel bei Vierecken:

Die Benennung erfolgt gegen den Uhrzeigersinn

mit Ecken A, B, C, D

und Seiten a (AB), b (BC), c (CD), d (DA).

Die Winkel heißen bei A α , bei B β , bei C γ und bei D δ .

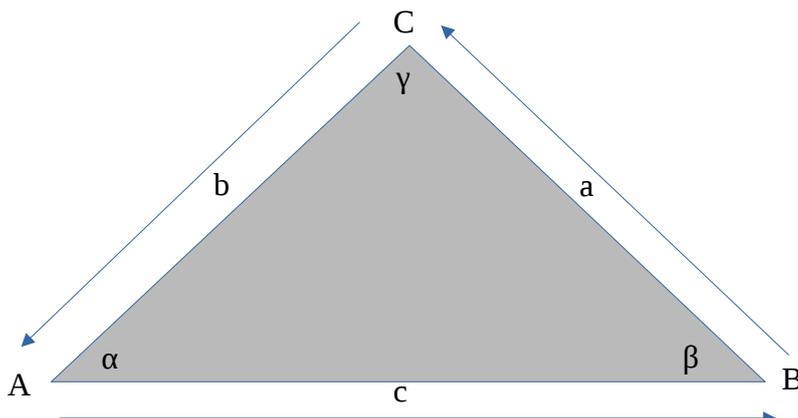


Benennungsregel bei Dreiecken:

Die Benennung erfolgt gegen den Uhrzeigersinn

mit Ecken A, B, C, und den **gegenüber** liegenden Seiten a, b, c

Die Winkel heißen bei A α , bei B β , bei C γ



Viereckstypen & Berechnungen

Das Quadrat

Das Quadrat hat vier rechte Winkel und vier gleichlange Seiten.

Umfang: $U = 4a$ $U = (a+a+a+a)$ Die Summe aller Seiten.

Fläche: $A = a \cdot a = a^2$ ($a \cdot a$, Potenz, weil a 2 mal als Faktor gesetzt ist, Exponent = 2)



a

Das Rechteck

Das Rechteck hat wie das Quadrat vier rechte Winkel.
Die gegenüber liegenden Seiten sind parallel und gleich lang

Umfang: $U = 2a + 2b$ $U = a + a + b + b$

Fläche: $A = ab$



a

b

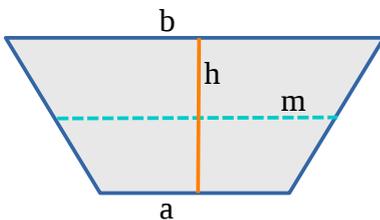
Das Trapez

Das Trapez ist ein Viereck mit genau zwei parallelen Seiten a, b.

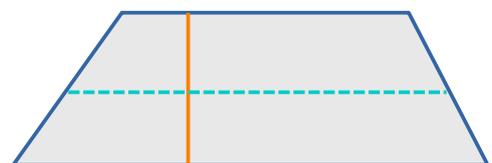
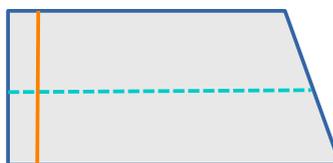
gleichschenkliges Trapez

rechtwinkliges Trapez

Parallelogramm



a



Umfang: $U = a + b + c + d$. Der Umfang ist die Summe aller Seitenlängen.

Für die Flächenberechnung werden die Höhe **h** (oder Breite) und die Mittelparallele **m** gebraucht.
Die Höhe **h** ist der kleinste Abstand der beiden parallelen Seiten a und b und verbindet sie rechtwinklig. Die Mittelparallele m ist der Durchschnittswert der beiden parallelen Seiten.

$$m = (a + b) : 2$$

$$A = m \cdot h$$

Zusammengefasst: $A = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$ oder $A = (a + b) : 2 \cdot h$

Rauten

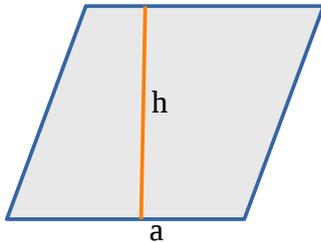
Rauten sind verschobene Quadrate oder Rechtecke.

Zwar sind die gegenüberliegenden Seiten parallel, aber sie haben **keine Rechten Winkel**.

Daher brauchen wir zur Flächenberechnung die **Höhe h** (oder Breite) auf der sie rechtwinkelig steht.

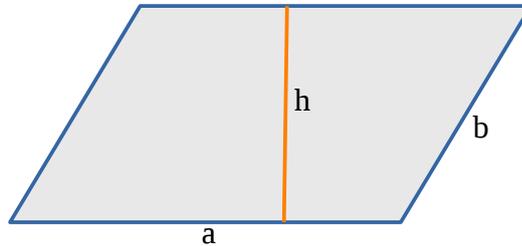
Die Umfangsberechnung ist gleich wie bei beim Quadrat oder Rechteck.

Der Umfang ist die Summe aller Seitenlängen. $U = a+b+c+d$



Umfang: $U=4a$

Fläche: $A = h_a * a$



Umfang: $U=2a + 2b$

Der Drachen, das Drachenviereck

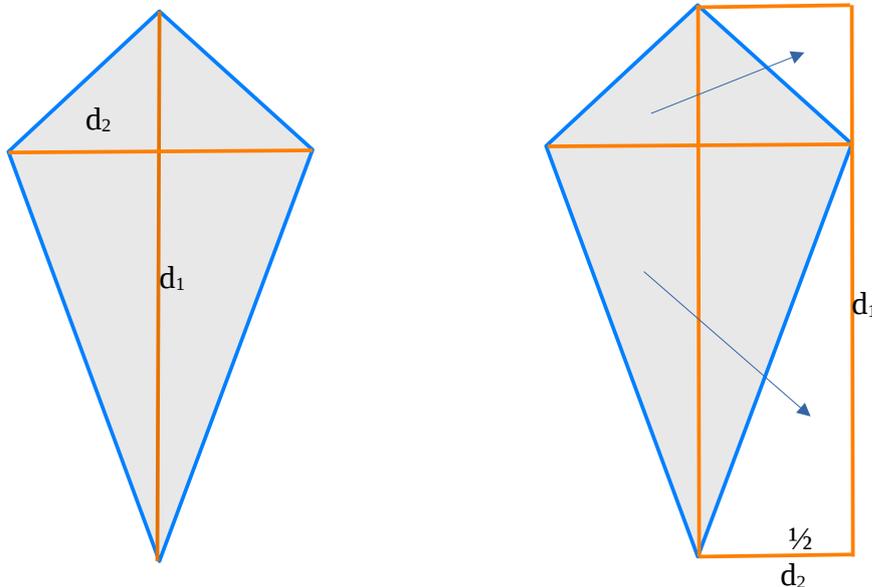
Der Drachen hat zwei gleichlange Seitenpaare, und jeweils 2 gleich große Winkel.

Jedoch muss keiner dieser Winkel rechtwinkelig sein.

Dafür hat der Drachen 2 verschieden lange Diagonalen, welche rechtwinkelig aufeinander stehen.

Die lange Diagonale d_1 halbiert die kurze Diagonale d_2 .

Schneidet man den Drachen durch die Diagonalen, so erhält man 4 Teildreiecke.



Die beiden linken Teildreiecke legt man rechts umgedreht an und erhält ein **flächengleiches Rechteck**. Dieses Rechteck hat die Seitenlänge d_1 und die **halbe** Länge von d_2 .

$$A = d_1 * 1/2 d_2 \quad \text{oder} \quad A = d_1 * d_2/2 \quad \text{oder} \quad A = \frac{d_1 * d_2}{2}$$

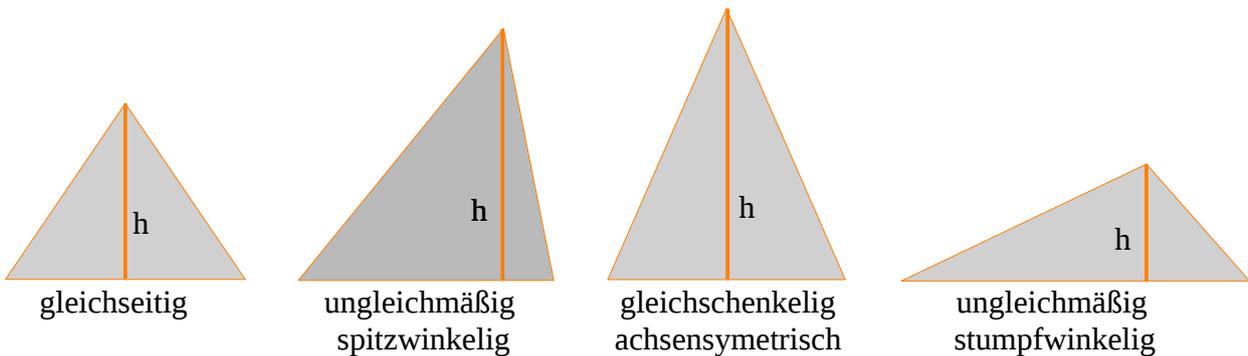
Umfang: $U=2a+2b$. $U = a+a+b+b$ Der Umfang ist die Summe aller Seitenlängen.

Dreiecke

Die Summe der Winkel eines Dreiecks ist immer 180° .
Der Umfang ist die Summe aller drei Seiten $U = a + b + c$
Alle Dreiecke haben 3 Seitenhöhen auf der jeweiligen Seite h_a , h_b , und h_c .

Die Fläche berechnet sich immer $A = (h_g * g)/2$
Fläche = (Seitenhöhe * zugehöriger Grundseite) geteilt durch 2.

Unterschiedliche Dreieck-Formen tragen bestimmte Namen:



Das **gleichseitige** Dreieck hat drei identische Seiten.

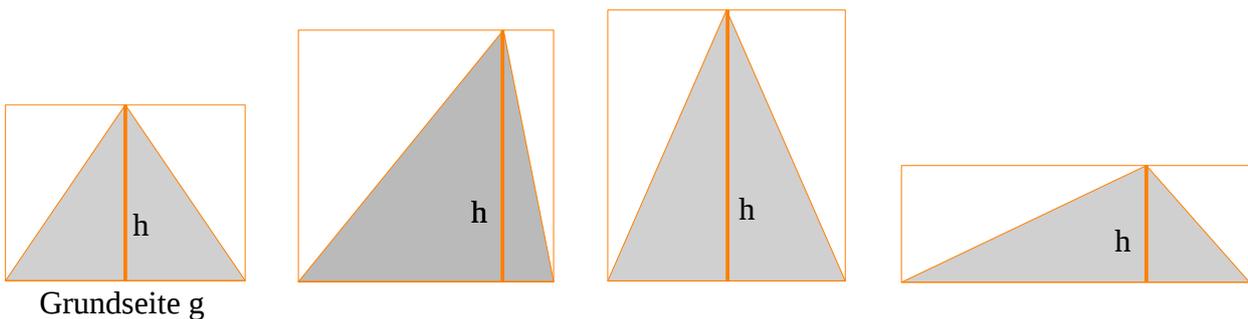
Das **gleichschenklige** Dreieck hat zwei gleich lange Seiten (identische "Schenkel") und ist somit achsensymmetrisch).

Das **ungleichmäßige** Dreieck hat drei verschieden lange Seiten und drei verschieden große Winkel.

Das **spitzwinklige** Dreieck hat Winkel, die alle kleiner sind als 90° , so dass sich drei Spitzen ergeben.

Das **stumpfwinklige** Dreieck hat einen Winkel von mehr als 90° .

Allgemeine Flächenberechnung von Dreiecken



Aus zwei kongruenten Dreiecken lassen sich immer Rechtecke mit doppelter Fläche zusammensetzen. 2 Graue und 2 weiße Teildreiecke.

Die Fläche dieser Rechtecke ist das Produkt von Höhe und Grundseite. $A = h_g * g$
Folglich ist die Hälfte der Rechteckflächen der Flächeninhalt der Dreiecke.

Allgemein gilt: $A = (h_g * g) : 2$ oder $A = \frac{h_g * g}{2}$

Textaufgaben Flächenberechnungen Vierecke

- 1) Im Baumarkt werden quadratische Fliesen mit 30 cm Kantenlänge angeboten. Heinz braucht 24 Stück. Wie viel m² Fliesen sind das?
- 2a) Ein rechteckiger Schrebergarten ist 12,50 m lang und 4,20 m breit. Wie viel Ar hat der Garten?

b) Der Garten soll eingezäunt werden. wie viel m Zaun werden benötigt?
- 3) Ein rechteckiger Acker hat eine Länge von 230 m und ist 75 m breit? Berechne die Fläche in Ar und Hektar.
- 4) Bauer Franzen braucht einen Weidezaun für seine rechteckige Kuhweide. Die Weide ist 65m lang und 113 m breit. Wie lang ist der Zaun?
 $(65 \text{ m} + 113 \text{ m})2 = \underline{356 \text{ m}}$
- 5) Eine trapezförmige Wiese mit den parallelen Längen von 120 m und 95 m hat eine Breite von 80 m. Wie groß ist die Fläche in Ar?
- 6) Ein quadratisches Blech hat eine Fläche von 11.56 m². Wie lang ist die gesamt Kante?
- 7) Mein Arbeitszimmer 4,20 m lang und 2,40 m breit. Die Deckenhöhe beträgt 2,4 m. Das Fenstermaß ist 115 cm auf 120 cm. Die Türe misst 200 cm auf 95 cm.

Ich will die Zimmerwände neu streichen. Ein Eimer Wandfarbe reicht für 14 m². Reicht ein Eimer aus?

Anmerkungen zu Prüfungen und Tests

Achte auf saubere und übersichtliche Darstellung
Die Einheiten müssen in den Berechnungen immer mitgeschrieben werden.
Benenne immer die Zwischenergebnisse. (zB.: Türfläche xxx m²)
Bei Textaufgaben immer Antwortsätze schreiben.
Ergebnisse immer doppelt unterstreichen.

Lösungen Flächenberechnungen Vierecke

1) $A = 0,3 \text{ m} * 0,3 \text{ m} = \underline{0,09 \text{ m}^2}$ $0,09 \text{ m}^2 * 24 = 2,16 \text{ m}^2$

2a) $12,5 \text{ m} * 4,2 \text{ m} = 52,5 \text{ m}^2 = 52,5 \text{ m}^2 : 100 = \underline{0,525 \text{ a}}$

b) $(12,5 \text{ m} + 4,2 \text{ m}) * 2 = \underline{33,4 \text{ m}}$

3) $230 \text{ m} * 75 \text{ m} = \underline{17250 \text{ m}^2}$

$17250 \text{ m}^2 : 100 = \underline{172,50 \text{ a}}$ $= 172,50 \text{ a} : 100 = \underline{1,725 \text{ ha}}$

oder: $17250 \text{ m}^2 : 10\,000 = \underline{1,725 \text{ ha}}$

4) $(65 \text{ m} + 113 \text{ m})^2 = \underline{356 \text{ m}}$

5) Mittelparallele: $(120 \text{ m} + 95 \text{ m}) : 2 = 107,5 \text{ m}$

Fläche = $107,5 \text{ m} * 80 \text{ m} = \underline{8600 \text{ m}^2}$ $= 8600 \text{ m}^2 : 100 = \underline{86 \text{ a}}$

6) Wurzel aus $11,56 \text{ m}^2 = 3,4 \text{ m}$ $U = 3,4 \text{ m} * 4 = \underline{13,6 \text{ m}}$

7) **Rechenweg:** 2 kleine Wandflächen + 2 große Wandflächen =
Fenster- und Türflächen abziehen.

Maße große Wand: $4,20 \text{ m} * 2,4 \text{ m} * 2$ (Bodenlänge mal Deckenhöhe)

Maße kleine Wand: $2,4 \text{ m} * 2,4 \text{ m} * 2$

Wand-Flächen addieren.

Fensterfläche **in m:** $1,15 \text{ m} * 1,2 \text{ m}$

Türfläche **in m:** $2 \text{ m} * 0,95 \text{ m}$

Fenster- und Türfläche addieren und von der Wandfläche subtrahieren.